

# EPF 2, 2006-2007

## Mathématiques appliquées

Contrôle continu

---

### Exercice 1.

On cherche à étudier les solutions de l'équation  $f(x) = 0$  où  $f$  est définie par  $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ .

- Montrer que cette équation n'a qu'une seule racine réelle, notée  $a$ .
- Déterminer un intervalle sur lequel la fonction  $\varphi$  associée à  $f$  par la méthode de Newton telle que  $f(x) = 0$  soit équivalente à  $\varphi(x) = x$  est bien définie et expliciter cette fonction  $\varphi$ .
- Calculer  $\varphi'$  sur cet intervalle et préciser le sens de variation et le signe de  $f$ ,  $f'$  et  $f''$  sur cet intervalle.
- Montrer que la suite récurrente définie par  $x_{p+1} = \varphi(x_p)$  converge lorsque  $x_0$  appartient à  $[-2, -3/4]$  et donner l'erreur d'approximation  $|x_p - a|$ .

### Exercice 2.

Utiliser le tableau ci-dessous pour approcher  $f(1.5)$  par interpolations polynômiales de Lagrange d'ordres un et deux. Comparer les erreurs d'approximation.

$x$	$f(x)$
1	0.7651977
1.3	0.6200860
1.6	0.4554022
1.9	0.2818186
2.2	0.1103623