EPF 2, 2006-2007
Mathématiques appliquées

Contrôle continu

Exercice 1.

On note $(l_i)_{i=0}^n$ les polynômes de base de Lagrange associés aux $n+1$ points $x_0, \ldots, x_n$.

1. Montrer que $\sum_{i=0}^{n} l_i = 1$.
2. On pose $\pi(x) = \prod_{i=0}^{n}(x - x_i)$, montrer que $l_i(x) = \dfrac{\pi(x)}{(x - x_i)\pi'(x_i)}$.
3. Pour $a \in \mathbb{R}$ et $k \in \mathbb{N}$ donnés ($1 \leq k \leq n$), écrire le polynôme $q(x) = (x-a)^k$ dans la base des l_i.
   En déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $\sum_{i=0}^{n}(x_i - x)^k l_i(x) = 0$.

Exercice 2.

Soit l'équation $x^3 - 2x^2 - 5 = 0$, dans $[1,4]$.

1. Montrer que cette équation admet une unique solution, notée a.
2. Utiliser les méthodes de dichotomie et de Newton pour calculer une approximation de a avec une précision égale à 10^{-4}. Comparer les méthodes.