

EPF 2, 2006-2007

Mathématiques appliquées

Contrôle continu

Exercice 1.

On note $(l_i)_{i=0}^n$ les polynômes de base de Lagrange associés aux $n + 1$ points x_0, \dots, x_n . On considère le cas particulier où on interpole une fonction f et sa dérivée f' en ces points par un polynôme noté P_H . Pour i compris entre 0 et n , on définit les polynômes h_i et g_i

$$h_i(x) = [1 - 2(x - x_i)l'_i(x_i)]l_i^2(x), \quad g_i(x) = (x - x_i)l_i^2(x).$$

1. Quels sont les degrés des h_i et g_i . Montrer les relations d'interpolation ($0 \leq i, j \leq n$)

$$h_i(x_j) = \delta_{i,j}, h'_i(x_j) = 0, g_i(x_j) = 0, g'_i(x_j) = \delta_{i,j}.$$

2. En déduire que

$$P_H(x) = \sum_{i=0}^n \left(f(x_i)h_i(x) + f'(x_i)g_i(x) \right).$$

Exercice 2.

1. Utiliser la méthode du point fixe pour approcher $25^{1/3}$ avec une précision égale à 10^{-4} .
2. Calculer le nombre d'itérations nécessaires pour approcher $25^{1/3}$ par la méthode de dichotomie avec la même précision. Comparer les deux méthodes.