# TD MATHEMATIQUES APPLIQUEES No 3

## EPF, 2ème année, 2004

**1.** Soit $f \in \mathcal{C}^2([a,b], \mathbf{R})$ et soit $n \in \mathbf{N}$. On note respectivement $TG_n$, $TD_n$, $TM_n$ et $TR_n$ l'approximation de l'intégrale de $f$ entre $a$ et $b$ par les méthodes respectives des rectangles à gauche, des rectangles à droite, du point milieu et des trapèzes en $n+1$ points équirépartis.

a) On suppose $f$ décroissante. Montrer que

$$TD_n \leq \int_a^b f(x)dx \leq TG_n$$

et

$$\lim_{n \to +\infty} TD_n = \lim_{n \to +\infty} TG_n = \int_a^b f(x)dx$$

b) On suppose $f$ convexe. Montrer que

$$TM_n \leq \int_a^b f(x)dx \leq TR_n$$

**2.** (*partiel 2002*) Soit une fonction $f \in \mathbf{C}^\infty([-2,2], \mathbf{R})$ passant par les points $(-2,0)$, $(-1,1)$, $(0,0)$, $(1,2)$ et $(2,0)$.

a) Calculer le polynôme d'interpolation de Lagrange de $f$ passant par les 5 points précédents.

b) Calculer une valeur approchée de $\int_{-2}^{2} f(x)dx$ de trois manières différentes:

(i) en utilisant la méthode des trapèzes

(ii) en utilisant la méthode de Simpson

Que dire de leurs précisions respectives dans le cas général?

**3.** (*calcul d'une valeur approchée de* $\pi$)

a) Donner la valeur de $I = 4\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx$.

b) Simplifier l'expression $J \not\equiv 4$