EPF
Mathématiques appliquées
2004–2005

Contrôle continu. Durée 1 heure

---

1. a) On pose $f(x) = e^x + x$ une fonction à variable réelle. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur l'intervalle $[-1, -\frac{1}{2}]$, notée α.
b) On cherche à approcher α par la méthode de Newton.
Soit la suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $x_0 = -\frac{3}{4}$ et

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = F(x_n).$$

Expliciter F et vérifier que $f(\alpha) = 0$ si et seulement si $F(\alpha) = \alpha$.
c) Montrer que F' est croissante et que $|F'(x)| < 1$ pour tout $x \in [-1, -\frac{1}{2}]$. En déduire que la suite $(x_n)_n$ est convergente vers α.
d) Calculer l'entier n tel que

$$|x_n - \alpha| \leq 10^{-8}$$

2. On considère la fonction $f(x) = cos(x)$, et on donne le tableau suivant :

x_i	0.1	0.2	0.3	0.4
$\cos(x_i)$	0.99500	0.98007	0.95534	0.92106

a) Calculer une valeur approchée de $f(0.23)$ en utilisant un polynôme d'interpolation de Lagrange de degré 2.
b) Calculer l'erreur d'interpolation commise.