EPF
Mathématiques appliquées
2004–2005

Contrôle continu. Durée 1 heure

---

1. a) On pose $f(x) = \ln(x) + x$ une fonction définie pour $x > 0$. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur l'intervalle $[\frac{1}{2}, 1]$, notée β.
b) On cherche à approcher β par la méthode de Newton.
Soit la suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $x_0 = \frac{3}{4}$ et

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = F(x_n).$$

Expliciter F et vérifier que $f(\beta) = 0$ si et seulement si $F(\beta) = \beta$.
c) Montrer que F' est décroissante et que $|F'(x)| < 1$ pour tout $x \in [\frac{1}{2}, 1]$. En déduire que la suite $(x_n)_n$ est convergente vers β.
d) Calculer l'entier n tel que

$$|x_n - \beta| \leq 10^{-10}$$

2. On considère la fonction $f(x) = \sin(x)$, et on donne le tableau suivant :

x_i	1.57	1.64	1.71	1.78
$\sin(x_i)$	0.99999	0.99760	0.99032	0.97819

a) Calculer une valeur approchée de $f(1.69)$ en utilisant un polynôme d'interpolation de Lagrange de degré 2.
b) Calculer l'erreur d'interpolation commise.