

## INTERROGATION MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

(55 minutes, aucun document)

---

### GROUPE A

1. Donner la définition de  $\|A\|_1$  et calculer  $\|A\|_1$  avec  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

2. Soit  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  telle que

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots \\ 1 & 2 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Montrer que  $\rho(A) \leq 4$ .

3. Soit  $A$  matrice symétrique définie positive de taille  $n$ . On considère la méthode itérative définie par

$$M = \frac{D}{2} - E \quad \text{et} \quad N = -\frac{D}{2} + F$$

Montrer que  $\det(M^{-1}N) = (-1)^n$ . En déduire que cette méthode est bien définie mais ne converge pas.

### GROUPE B

1. Donner la définition de  $\rho(A)$ .

2. Montrer que

$$\rho(A) \leq \|A\|_\infty$$

Donner un exemple avec l'inégalité stricte.

3. Soit  $A$  matrice symétrique définie positive de taille  $n$ . On considère la méthode itérative telle que

$$M = \alpha I \quad \text{et} \quad N = \alpha I - A$$

où  $\alpha > 0$ . Montrer que la méthode est convergente si et seulement si  $\alpha \in ]0, \frac{2}{\rho(A)}[$ .