Maths/Ordi, TP 1 bis: méthodes de quadrature

L'objectif de ce TP est d'utiliser `Scilab` pour calculer des intégrales de manière aprochée par différentes méthodes (rectangles, trapèzes).

1 Méthode des rectangles

On rappelle la formule utilisée dans la méthode des rectangles à gauche, afin d'intégrer une fonction $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ à partir d'une subdivision

$$x_0 = a < x_1 = a + h < ...x_i = a + ih < ... < x_N = a + Nh = b$$

$$RG_N = \sum_{i=1}^{N} hf(x_{i-1})$$

1. Programmer la méthode des rectangles à gauche avec Scilab, par exemple pour la fonction $x \mapsto f(x) = sin(x) - x$ sur $[0,1]$ et vérifier que
$$\lim_{N \to +\infty} RG_N = \int_a^b f(x)dx$$
2. Scilab possède une instruction préprogrammée pour le calcul approché d'intégrales. En vous aidant de l'aide en ligne, déterminer le nom de cette instruction et la tester sur l'exemple précédent.

2 Méthode des trapèzes

Il existe une méthode plus performante que la méthode des rectangles à gauche, appelée méthode des trapèzes dont la formule s'écrit avec les notations précédentes :

$$T_N = \sum_{i=1}^{N} h\frac{f(x_{i-1}) + f(x_i)}{2}$$

1. Programmer avec Scilab la méthode des trapèzes sur le même exemple que précédemment et vérifier que la convergence de T_N vers $\int_a^b f(x)dx$ est plus rapide que celle de RG_N.
2. En utilisant l'instruction graphique `plot` , vérifier à l'aide d'un tracé en échelle logarithmique, que la convergence de la méthode des rectangles est proportionnelle à $\frac{1}{N}$ alors que celle des trapèzes est proportionnelle à $\frac{1}{N^2}$