

Maths/Ordi, TP 9: révisions

On propose ici un exemple d'exercice de révision et de préparation à l'examen final. Cet exercice sera résolu dans un premier temps sans ordinateur puis sera repris ensuite avec l'aide de Scilab et de Maxima.

Exercice 1 On désire résoudre le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} x_1' + 3x_1 - x_2 = 0 \\ x_2' - x_1 + 3x_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

avec les conditions initiales $x_1(0) = 2$ et $x_2(0) = 4$. On pose

$$X(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

1. Ecrire le système sous la forme $X' = AX$.
2. Diagonaliser la matrice A sous la forme $A = PDP^{-1}$.
3. On pose alors $Z = P^{-1}X$.
 - (a) Calculer $Z(0)$.
 - (b) Ecrire une relation entre Z' et Z . On admettra que $(P^{-1}X)' = P^{-1}(X')$.
 - (c) Résoudre cette équation, c'est-à-dire trouver l'expression de $Z(t)$ en fonction de t .
 - (d) En déduire $X(t)$. Conclure.
4. On reprend cet exercice avec Scilab
 - (a) Ecrire un script permettant de calculer les solutions de (1) avec les conditions initiales choisies sur un intervalle de temps du type $[0, T]$.
 - (b) Représenter graphiquement les solutions $t \mapsto x_1(t)$ et $t \mapsto x_2(t)$ sur un même graphe.
5. On reprend cet exercice avec Maxima
 - (a) Résoudre le système (1) avec des conditions initiales quelconques puis avec les conditions initiales choisies.
 - (b) Représenter graphiquement les solutions $t \mapsto x_1(t)$ et $t \mapsto x_2(t)$ sur un même graphe.
 - (c) Diagonaliser la matrice A de l'énoncé avec Maxima et vérifier l'expression de $Z(t)$ défini ci-dessus.
6. Quel outil informatique vous paraît le mieux adapté ici ? Justifier.