Université de Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines
L3 de mathématiques et de mathématiques appliquées aux sciences sociales.
LSMA651

2010-2011 L. Dumas & T. Horsin
www.math.uvsq.fr/∼dumas/LSMA651

# Programmation linéaire et méthode du simplexe. TD8

**Exercice 1.**

Soit $\Sigma := \{X \in \mathbb{R}^N, X \geq 0, AX = B\}$ où $A$ est une matrice réèlle de taille $M \times N$ de rang $M < N$, $B \in \mathbb{R}^M$, $C$ une matrice ligne $N \times 1$.
On suppose que le problème $\min_\Sigma J(X) := CX$ a une solution. Montrer qu'un point extremal de $\Sigma$ est solution.

**Exercice 2.**

Avec les notations de l'exercice précédent, montrer que si $0 \in \Sigma$ alors $0$ est un point extremal de $\Sigma$.

**Exercice 3.**

Décrire des sommets de $\Sigma$ lorsque

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

et

$$B := \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 25 \\ 27 \end{pmatrix}.$$

**Exercice 4.**

On reprend les notations de l'exercice précédent.
Minimiser $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$ sur $\Sigma$. On expliquera d'abord pourquoi ce problème admet une solution.

**Exercice 5.**

Reprendre l'exercice 2) a) de la feuille 7 sans utiliser les conditions nécessaires d'optimalité.

**Exercice 6.**

On considère le problème de minimisation de $J(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_4$ sur l'ensemble $\Sigma$ où $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B := \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.
Montrer que $(0, 0, 0, 3)$ est un sommet de $\Sigma$. Minimiser $J$ sur $\Sigma$. Que dire de la solution obtenue ?

Exercice 7.

Extrait, examen final 2010.

Résoudre les deux problèmes de maximisation suivant par la méthode du simplexe

$$1) \begin{cases} \mathcal{M}ax \qquad 3x+2y+8z \\ x \geq 0, \;\; y \geq 0, \;\; z \geq 0 \\ x+y+4z \leq 8 \\ x+3z \leq 5 \\ 2x+y+6z \leq 14. \end{cases} \qquad 2) \begin{cases} \mathcal{M}ax \qquad 3x_1+5x_2+6x_3 \\ x_1 \geq 0, \;\; x_2 \geq 0, \;\; x_3 \geq 0 \\ x_1+2x_2+4x_3 \leq 70 \\ 2x_1+x_2+2x_3 \leq 80 \\ 3x_1+2x_2+2x_3 \leq 60. \end{cases}$$