

Université de Versailles Saint-Quentin-En-Yvelines
L3, Optimisation et Applications (LSMA651)
Année 2011-2012
Enseignants: L. Dumas, J.P. Bartier, M.Z. Dauhoo
<http://dumas.perso.math.cnrs.fr/LSMA651.html>

TD 7 : OPTIMISATION SOUS CONTRAINTE (part. 2)

Exercice 1.

On considère la fonction définie sur \mathbb{R}^3 par

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

Soit $P = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \quad ax + by + cz = 1\}$ où $(a, b, c) \in (\mathbb{R}_+^*)^3$.

1. Quelle est la nature de P ?
2. Montrer que f possède un unique minimum (x^*, y^*, z^*) sur P .
3. Déterminer (x^*, y^*, z^*) en écrivant les conditions nécessaires d'optimalité d'ordre 1.

Exercice 2.

On cherche à minimiser la fonction $f(x, y) = x^2 - y^2$ sous la contrainte $ax + by = 1$ où (a, b) est un couple de réels non nuls.

1. Les contraintes sont-elles qualifiées?
2. Ecrire la condition nécessaire d'optimalité d'ordre 1.
3. Déterminer la nature des extremas avec la condition suffisante d'optimalité d'ordre 2.
4. Retrouver les résultats précédents avec une paramétrisation de la droite D .

Exercice 3.

1. Rechercher les rectangles d'aire maximale dans une ellipse.
2. Rechercher les triangles d'aire maximale à périmètre donné.