Université de Versailles Saint-Quentin-En-Yvelines
L3, Optimisation et Applications (LSMA651)
Anne 2011-2012
Enseignants: L. Dumas, M.Z. Dauhoo, J.P. Bartier
http://dumas.perso.math.cnrs.fr/LSMA651.html

EXAMEN SESSION 2, 27 Juin 2012
2 heures, pas de documents

Exercice 1.

Utiliser la méthode du simplexe pour rechercher le maximum de la fonction

$$f(x, y, z) = x + 2y + 3z$$

sur le domaine:

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0,\ 7x + z \leq 6,\ x + 2y \leq 20 \text{ et } 3y + 4z \leq 30\}.$$

Exercice 2.

On considère la fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ telle que

$$f(x, y) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 + \frac{xy}{4}$$

1. Montrer que f est strictement convexe sur $\mathbb{R}^2$ et qu'elle admet un unique minimum sur $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 \leq 1 \text{ et } x + y \geq 1\}$.

2. En écrivant les relations de KKT, déterminer le point où f atteint son minimum sur K

Exercice 3.

On considère la maitrice $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ et le vecteur $b \in \mathbb{R}^3$ définis par

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

i Montrer que la fonctionelle

$$J : v \in \mathbb{R}^3 \mapsto \quad \frac{1}{2} < Av, v > - < b, v >,$$

admet un minimum unique sur l'ensemble

$$P = \left\{v \in \mathbb{R}^3; v_1 \geq 0, v_2 + v_3 = 0\right\}.$$

ii En ré-écrivant P qu'avec des contraintes d'inéglité affines, calculer ce minimum.