Master M2S, module M7, 2ème année
Année 2011-2012
Mr DUMAS

TP SCILAB : OPTIMISATION SANS GRADIENT

EXERCICE 1

Dans l'article "*Log-linear Convergence and Optimal Bounds for the (1+1)-ES*" de M. Jebalia, A. Auger et P. Liardet, paru en 2008 dans Proceedings of Evolution Artificielle (EA'07), on peut trouver le résultat suivant :

Soit une stratégie d'évolution (1+1) représentée par la suite de vecteurs aléatoires $(X_k)_{k\in\mathbb{N}}$ et ayant une mutation de type gaussienne de variance $\sigma||X_k||$. Sous certaines hypothèses techniques et pour une fonction sphérique, c'est à dire telle que $J(x) = g(||x||)$ avec $g : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ croissante, (X_k) converge presque surement log-linéairement vers le minimum global $X^* = 0$ de J, c'est à dire :

$$\lim_{k\to+\infty} \frac{1}{k} \log\left(\frac{||X_k||}{||X_0||}\right) = c < 0$$

L'objectif est de vérifier numériquement ce résultat.

1. Ecrire un programme Scilab simulant une strétégie d'évolution (1+1) pour une fonction J sphérique définie sur $\mathbb{R}^n$ avec une mutation gaussienne comme indiquée. On pourra initialiser aléatoirement X_0 dans $[-A, A]^n$.

2. Vérifier graphiquement le résultat énoncé pour des fonctions sphériques simples. Dans le cas où $J(x) = ||x||^2$, $A = 10$ et $\sigma = 0.1$, quelle valeur de c trouve t-on ?

3. Comparer l'algorithme précédent avec un algorithme de recuit simulé du même type.

EXERCICE 2

La méthode Particle Swarm Optimization (ou PSO) est une méthode d'optimisation sans gradient, de type évolutionnaire faisant évoluer une population (ou essaim) d'éléments de $\mathbb{R}^n$ (appelés aussi particules) en adaptant leur vitesse de manière collective afin de minimiser une fonction $J : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. Pour tout $1 \le i \le N_{pop}$ et pour une génération `gen` donnée, on note

(i) x_i : la position actuelle de la i-eme particule de la population,

(ii) v_i la vitesse de la i-ème particule,

(iii) p_i : la meilleure position de la i-ème particule jamais trouvée (c'est à dire où J était minimale),

(iv) p_g : la meilleure position jamais trouvée par une particule de l'essaim.

L'essaim est initialisé de manière aléatoire. De la génération `gen` à la génération `gen+1`, on effectue les opérations suivantes :

$$v_i := wv_i + c_1\phi_1 \otimes (p_i - x_i) + c_2\phi_2 \otimes (p_g - x_i)$$

et

$$x_i := x_i + v_i$$

où ϕ_1 et ϕ_2 sont deux vecteurs aléatoires suivant une loi uniforme de $[0,1]^n$. Les constantes positives w, c_1 et c_2 sont respectivement appelées coefficient d'inertie et d'accélération. Le symbole $\otimes$ signifie une multiplication terme à terme. Une vitesse maximale V_{max} est également imposée pour toute particule.

1. Programmer avec Scilab la méthode PSO précédente.

2. Appliquer la méthode PSO à l'exemple simple $n = 1$, $J(x) = x^2$ et avec $w = c_1 = c_2 = 0.7$. Tracer les trajectoires correspondantes des particules sur la parabole.

3. Appliquer la méthode PSO au cas de la fonction de Rastrigin sur $[-5,5]^2$ c'est à dire

$$J(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^{2} (x_i^2 - \cos(2\pi x_i)) + 2$$

avec 10 particles. Qu'observe t-on ?