

Contrôle n^o1
Lundi 17 octobre 2016

Aucune calculatrice autorisée. Tous les résultats seront justifiés. La rédaction sera soignée.

Exercice 1. (6 pts)

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $y' = xy - x$ avec $y(0) = 0$.
2. $y' = y^2 - y$ avec $y(0) = 2$. On pourra poser $z = \frac{1}{y}$.

Exercice 2. (6 pts)

Donner la solution de l'EDO $y' = ay + bt$ où a et b sont des paramètres réels en fonction de a, b, t et $y(0)$.

Exercice 3. (8 pts)

On veut comparer deux modèles de croissance végétal d'une plante sur ses 20 premiers jours :

Modèle 1 : la plante croît proportionnellement à sa taille (on note K_1 le coefficient de proportionnalité).

Modèle 2 : la plante croît proportionnellement à la différence entre sa taille finale et sa taille actuelle (on note K_2 le coefficient de proportionnalité).

On observe que la plante étudiée mesure 1cm au début des mesures et 5cm au bout de 10 jours. On sait également que la plante a une taille maximale de 75cm.

On note $L_1(t)$ la taille (en centimètres) de la plante à l'instant t avec le modèle 1 et $L_2(t)$ avec le modèle 2.

1. Ecrire une équation différentielle gouvernant $L_1(t)$.
2. Que vaut K_1 ? Calculer $L_1(t)$ lorsque $t \geq 0$.
3. Quelle est la taille de la plante au bout de 20 jours avec le modèle 1?
4. Ecrire une équation différentielle gouvernant $L_2(t)$.
5. Que vaut K_2 ? Calculer $L_2(t)$ lorsque $t \geq 0$.
6. Quelle est la taille de la plante au bout de 20 jours avec le modèle 2?

On donne $\frac{70^2}{74} \simeq 66,2$.

7. Représenter graphiquement l'évolution de la plante avec les deux modèles sur une année.
8. Conclure.