Université de Versailles-Saint Quentin
Licence de Maths, Physique, Méca - 3$^{\text{ème}}$ Année - Année 2018/2019
Analyse Numérique
http://dumas.perso.math.cnrs.fr/MA650.html

EXAMEN MA650 ANALYSE NUMERIQUE, SESSION 2, 24 juin 2019

Exercice 1.

1. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ admet une décomposition LU que l'on déterminera.
2. Montrer que la matrice $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ admet une décomposition de Cholesky que l'on déterminera.

Exercice 2.

Donner une valeur approchée de $\cos(\frac{\pi}{5})$ ainsi qu'une majoration de l'erreur commise à l'aide du polynôme interpolateur de Lagrange de la fonction $f(x) = \cos x$ aux points $(0, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$.

Exercice 3.

On s'intéresse au problème de Cauchy suivant :

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)), \quad t \in [0, T] \\ y(0) \in \mathbb{R} \end{cases}$$

où f est C^2 de $[0, T] \times \mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et est globalement Lipschitzienne par rapport à sa seconde variable avec un coefficient de Lipschitz noté L.

Soit a un paramètre fixé dans $[0, 1]$. Etudier, en fonction de a, la consistance, la stabilité et l'ordre de la méthode suivante :

$$y_{n+1} = y_n + hf(t_n + ah, y_n + ahf(t_n, y_n)), \quad \text{où} \quad t_n = nh, h = T/N.$$