

TD 4: Optimisation de type stochastique

Exercice 1–

A la manière des algorithmes génétiques, la méthode DE recherche de manière stochastique le minimum global d'une fonction $J : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.

DE fait évoluer une population de N_{pop} elements (ou individus) avec l'algorithme suivant (où $CR \in [0, 1]$ et $F \in [0, 2]$ sont deux paramètres):

- (i) Initialisation aléatoire de N_{pop} elements
 - (ii) De la génération 1 à la generation N_{gen} :
 - (iii) Pour chaque individu $x \in \mathbb{R}^n$:
 - Choisir aléatoirement trois éléments a , b et c dans la population, distincts entre eux et distincts de x .
 - Tirer i_0 indice aléatoire dans $\{1, \dots, n\}$ et calculer $y = (y_1, \dots, y_n)$ comme suit:
$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, \quad y_i = a_i + F(b_i - c_i) \text{ si } (r_i < CR) \text{ ou } (i = i_0), \text{ sinon } y_i = x_i$$
où r_i est choisi aléatoirement dans $[0, 1]$.
 - Si $J(y) < J(x)$, remplacer x par y dans la population.
 - (iv) Fin d'une génération
1. Quels sont les principaux points communs et les quelles sont les principales différences de l'algorithme DE par rapport à un algorithme génétique?
 2. Interpréter les paramètres CR et F pour l'algorithme. Quelles valeurs extrêmes peuvent-ils prendre?
 3. Le script suivant propose une implémentation de l'algorithme DE en Scilab:

```

function y=f(x)
    y=n+sum(x.^2-cos(2*%pi*x));
endfunction
////////parametres////////
Npop=40; Ngen=20; n=2; CR=0.2; F=0.8
////////
A=zeros(Npop,n+1); // matrice de population
//
A=10*rand(Npop,n+1)-5*ones(Npop,n+1);
//
//evaluation
y=[];
for j=1:Npop
    y(j)=f(A(j,1:n));
end
A(:,n+1)=y;
////////
for i=1:Ngen
    //
    [u,v]=gsort(A(:,n+1));
    A=A(v,:); // rangement du plus mauvais au meilleur
    <<<< disp('meilleur element'),disp( )
    <<<<< disp('meilleure valeur'),disp(A( ))
    //
    for k=1:Npop
        i1=1;i2=1;i3=1;
        while (i1==i2)|(i1==i3)|(i2==i3)|(i1==k)|(i2==k)|(i3==k)
            i1=int(Npop*rand())+1;
            i2=int(Npop*rand())+1;
            i3=int(Npop*rand())+1;
        end
        <<<<<<< a= ;b= ;c= ;x= ;
        <<<<<< j0=
        y=[];
        for j=1:n
            if (rand()<CR)|(j==j0)
                <<<<< y(j)=

```

```

        else
<<<<<      y(j)=
        end
        val1=f(y);val2=f(x);
        if (val1<val2) then
            A(k,1:n)=y';A(k,n+1)=val2;
        end
        end
    end
end
end

```

Malheureusement, certaines lignes repérées par:

```
<<<<<<<
```

ont été effacées. Reconstituer les lignes correspondantes.

4. On souhaite tracer l'historique de décroissance de la meilleure valeur de f en fonction du nombre d'itérations. Rajouter les instructions manquantes pour cet affichage.

Exercice 2 –

On propose l'algorithme suivant pour la minimisation d'une fonction f :

```

x=-20+30*rand(); // point initial
Niter=2000;alpha=0.5;Ytot=[]
for i=1:Niter
    y1=f(x);
    xtilde=x+(-alpha+2*alpha*rand())
    y2=f(xtilde)
    p=exp(-(y2-y1)/(1/log(i+1)));
    if (rand()<p) then
        x=xtilde;
    end
end
disp('valeur finale obtenue pour x:')
disp(x)

```

1. Expliquer le fonctionnement global de ce programme ainsi que les instructions aux lignes 5, 7 et 8.
2. Que représente dans ce programme le paramètre α ?
3. Que représente le terme $1/\log(i + 1)$ et pour quelle raison a t-il été choisi ainsi? Proposer un autre choix possible.

Exercice 3 –

Un algorithme génétique a pour opérateur de croisement la fonction suivante:

```
function Acrois=croisement(A,pc)
[Npop,n]=size(A)
Acrois=A;
for k=1:Npop/2
    n1=int(Npop*rand())+1;
    n2=int(Npop*rand())+1;
    alpha=rand();
    u1=A(n1,:);u2=A(n2,:);
    if(rand()<pc) then
        Acrois(2*k-1,:)=alpha*u1+(1-alpha)*u2;
        Acrois(2*k,:)=(1-alpha)*u1+alpha*u2;
    end
end
endfunction
```

1. Que représente la variable pc et quel effet a t-elle?
2. Expliquer en quoi cet algorithme est de type aléatoire et à quel(s) niveau(x) intervient l'aspect aléatoire?
3. On cherche à modifier l'opérateur de croisement afin de permettre une plus grande variété de solutions possibles en sortie. Quelle modification à l'algorithme précédent proposeriez vous?