

TP 2 Optimisation: optimisation locale avec contraintes

L'objectif de cette séance est d'utiliser le logiciel Scilab (ou Matlab, ou Python) afin de comparer différents algorithmes de recherche du minimum d'une fonction $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ sous la contrainte égalité $c_E(x) = 0$.

Exercice préliminaire

On considère le problème de la canette : étant donné une canette cylindrique de rayon r et de hauteur h , quelle est la surface minimale de cette canette pour un volume de 33cl ?

Représenter graphiquement sur une même figure dans un repère d'abscisse r et d'ordonnée h les lignes de niveau de la fonction à minimiser ainsi que la courbe d'équation $V = 33cl$. Retrouver graphiquement la condition de KKT sur cet exemple.

Exercice 1

1. On cherche à programmer tout d'abord la méthode d'Uzawa pour résoudre le problème général de minimisation d'une fonction J sous la contrainte $c_E(x) = 0$.
Ecrire une fonction Scilab ayant pour arguments $J, \nabla J, c_E, \nabla c_E, X_0, \lambda_0$ (point initial) α_1 et α_2 (pas) et N et renvoyant la valeur de X_N et de λ_N après N itérations.
2. On suppose que J est la fonction de Rosenbrock et que $c_E(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 - 4$.
Appliquer l'algorithme d'Uzawa sur cet exemple.
3. Que donne l'algorithme d'Uzawa sur le problème de la canette ?

Exercice 2

En suivant la même démarche que dans l'exercice 1, écrire une nouvelle fonction Scilab, utilisant l'algorithme de pénalisation (avec la norme 1 ou la norme 2). Les variables duales disparaissent dans ce cas des arguments d'entrée et un nouveau paramètre ρ (paramètre de pénalisation) est ajouté.

Que donne l'algorithme de pénalisation sur le problème de Rosenbrock précédent et sur celui de la canette ?