Université de Versailles — Année 2020-2021

`http://dumas.perso.math.cnrs.fr/MINT-optim.html` — M1, semestre 1

TD 6: Optimisation globale

Exercice 1.

A la manière des algorithmes génétiques, la méthode DE recherche de manière stochastique le minimum global d'une fonction $J : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$.

DE fait évoluer une population de N_{pop} elements (ou individus) avec l'algorithme suivant (où $CR \in [0,1]$ et $F \in [0,2]$ sont deux paramètres) :

(i) Initialisation aléatoire de N_{pop} elements

(ii) De la génération 1 à la generation N_{gen} :

(iii) Pour chaque individu $x \in \mathbb{R}^n$:

- — Choisir alétoirement trois éléments a, b et c dans la population, distincts entre eux et distincts de x.
- — Tirer i_0 indice aléatoire dans $\{1, ..., n\}$ et calculer $y = (y_1, ..., y_n)$ comme suit :

  $$\forall i \in \{1, ..., n\}, \quad y_i = a_i + F(b_i - c_i) \text{ si } (r_i < CR) \text{ ou } (i = i_0), \text{ sinon } y_i = x_i$$

  où r_i est choisi alétoirement dans $[0, 1]$.
- — Si $J(y) < J(x)$, remplacer x par y dans la population.

(iv) Fin d'une génération

1. Quels sont les principaux points communs et quelles sont les principales différences de l'algorithme DE par rapport à un algorithme génétique ?
2. Interpréter les paramètres CR et F pour l'algorithme. Quelles valeurs extrêmes peuvent-ils prendre ?

Exercice 2.

On propose l'algorithme suivant pour la minimisation d'une fonction f :

```
x=-20+30*rand();  // point initial
Niter=2000;alpha=0.5;Ytot=[]
for i=1:Niter
  y1=f(x);
  xtilde=x+(-alpha+2*alpha*rand())
```

```
  y2=f(xtilde)
  p=exp(-(y2-y1)/(1/log(i+1)));
  if (rand()<p) then
    x=xtilde;
  end
end
disp('valeur finale obtenue pour x:')
disp(x)
```

1. Expliquer le fonctionnement global de ce programme ainsi que les instructions aux lignes 5, 7 et 8.
2. Que représente dans ce programme le paramètre α ?
3. Que représente le terme $1/log(i+1)$ et pour quelle raison a t-il été choisi ainsi ? Proposer un autre choix possible.

Exercice 3.

Un algorithme génétique a pour opérateur de croisement la fonction suivante :

```
function Acrois=croisement(A,pc)
[Npop,n]=size(A)
Acrois=A;
for k=1:Npop/2
  n1=int(Npop*rand())+1;
  n2=int(Npop*rand())+1;
  alpha=rand();
  if(rand()<pc) then
   for j=1:n
    Acrois(2*k-1,j)=alpha*A(n1,j)+(1-alpha)*A(n2,j);
    Acrois(2*k,j)=(1-alpha)*A(n1,j)+alpha*A(n2,j);
   end
  end
end
endfunction
```

1. Que représente la variable *pc* et quel effet a t-elle ?
2. Expliquer en quoi cet algorithme est de type aléatoire et à quel(s) niveau(x) intervient l'aspect aléatoire ?

3. On cherche à modifier l'opérateur de croisement afin de permettre une plus grande variété de solutions possibles en sortie. Quelle modification à l'algorithme précédent proposeriez vous ?

Exercice 4.

On cherche à comparer la façon dont intervient la fonction J qu'on cherche à minimiser, dans les quatre algorithmes suivants : recuit simulé, algorithme génétique, stratégie d'évolution et PSO.

1. Dans le recuit simulé, l'algorithme est-il modifié si la fonction J est remplacée par la fonction $4J$, respectivement $J+3$? Que se passe t-il dans le cas d'un algorithme PSO ? Justifier la réponse.
2. Dans un algorithme génétique, est-il possible de garder à la génération suivante le plus mauvais individu ? Que se passe t-il dans le cas d'une stratégie d'évolution ?

Exercice 5.

La méthode du classement stochastique décrite ci-dessous permet de classer λ individius dans un problème d'optimisation avec contrainte.

$I_j = j \;\forall\, j \in \{1, \ldots, \lambda\}$
for $i = 1$ to λ **do**
    for $j = 1$ to $\lambda - 1$ **do**
        sample $u \in U(0,1)$ (uniform random number generator)
        if $(\phi(\boldsymbol{x}_{I_j}) = \phi(\boldsymbol{x}_{I_{j+1}}) = 0)$ **or** $(u < P_f)$ **then**
            if $f(\boldsymbol{x}_{I_j}) > f(\boldsymbol{x}_{I_{j+1}})$ **then**
                swap(I_j, I_{j+1})
            fi
        else
            if $\phi(\boldsymbol{x}_{I_j}) > \phi(\boldsymbol{x}_{I_{j+1}})$ **then**
                swap(I_j, I_{j+1})
            fi
        fi
    od
    if no *swap* done **break fi**
od

Fig. 2. Stochastic ranking procedure, $P_f = 0.45$.

Dans cet algorithme, f est la fonction coût à minimiser et Φ la pénalisation et P_f est un paramètre.

1. Que se passe t-il quand $P_f = 0$, respectivement 1 ?

2. Ecrire une fonction Scilab de classement alétaoire de λ individus pour une fonction f et une pénalisation Φ données.

Exercice 6.

Donner deux différences et deux similitudes entre une stratégie d'évolution et un algorithme génétique.