

TD 5: optimisation globale

Exercice 1.

A la manière des algorithmes génétiques, la méthode DE recherche de manière stochastique le minimum global d'une fonction $J : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.

DE fait évoluer une population de N_{pop} éléments (ou individus) avec l'algorithme suivant (où $CR \in [0, 1]$ et $F \in [0, 2]$ sont deux paramètres) :

- (i) Initialisation aléatoire de N_{pop} éléments
- (ii) De la génération 1 à la génération N_{gen} :
- (iii) Pour chaque individu $x \in \mathbb{R}^n$:
 - Choisir aléatoirement trois éléments a , b et c dans la population, distincts entre eux et distincts de x .
 - Tirer i_0 indice aléatoire dans $\{1, \dots, n\}$ et calculer $y = (y_1, \dots, y_n)$ comme suit :

$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, \quad y_i = a_i + F(b_i - c_i) \text{ si } (r_i < CR) \text{ ou } (i = i_0), \text{ sinon } y_i = x_i$$

où r_i est choisi aléatoirement dans $[0, 1]$.

- Si $J(y) < J(x)$, remplacer x par y dans la population.

- (iv) Fin d'une génération

1. Quels sont les principaux points communs et quelles sont les principales différences de l'algorithme DE par rapport à un algorithme génétique ?
2. Interpréter les paramètres CR et F pour l'algorithme. Quelles valeurs extrêmes peuvent-ils prendre ?

Exercice 2.

On cherche à comparer la façon dont intervient la fonction J qu'on cherche à minimiser, dans les quatre algorithmes suivants : recuit simulé, algorithme génétique, stratégie d'évolution et PSO.

1. Dans le recuit simulé, l'algorithme est-il modifié si la fonction J est remplacée par la fonction $4J$, respectivement $J + 3$? Que se passe-t-il dans le cas d'un algorithme PSO? Justifier la réponse.

2. Dans un algorithme génétique, est-il possible de garder à la génération suivante le plus mauvais individu ? Que se passe t-il dans le cas d'une stratégie d'évolution ?

Exercice 3

1. Comparer une stratégie d'évolution ES(1+1), c'est à dire avec $\lambda = \mu = 1$ et une sélection de type '+', avec un recuit simulé.
2. Expliquer pourquoi la ligne :
`sigma=sigma*exp(1/3*(tau-1/5)/(1-1/5))`
 permet de faire évoluer de manière pertinente un opérateur de mutation dans un algorithme génétique. Que représentent les paramètres `sigma` et `tau` dans cette formule ?
3. Indiquer de quelle manière intervient l'aléa dans une méthode PSO. S'agit-il d'une méthode élitiste ?

Exercice 4 -

L'opérateur de mutation d'un algorithme génétique a été écrit sous cette forme en Scilab (`rand()` désigné un tirage aléatoire uniforme dans $[0, 1]$ et `rand(1,n)` un vecteur ligne aléatoire uniforme dans $[0, 1]^n$) :

```
function Amut=mutation(A,s,p)
    [N,n]=size(A);
    Amut=A;
    for i=1:N
        if rand()<p then
            Amut(i,:)=A(i,:)+s*rand(1,n)
        end
    end
endfunction
```

1. Donner deux exemples de résultat possible si on exécute l'instruction :
`mutation([1,2,3;2,0,2],0.1,1)`
2. La ligne 6 présente un défaut majeur. Corriger cette ligne de deux manières possibles afin de rendre l'opérateur de mutation pertinent.
3. Quelles sont les rôles respectifs des paramètres `s` et `p` et quelles valeurs extrêmes peuvent-ils prendre ?

4. Proposer deux stratégies possibles (sans écrire le code) afin de rendre adaptatif le paramètre \mathbf{s} .

Exercice 5.

La méthode du classement stochastique décrite ci-dessous permet de classer λ individus dans un problème d'optimisation avec contrainte.

```

1   $I_j = j \forall j \in \{1, \dots, \lambda\}$ 
2  for  $i = 1$  to  $\lambda$  do
3      for  $j = 1$  to  $\lambda - 1$  do
4          sample  $u \in U(0, 1)$  (uniform random number generator)
5          if  $(\phi(\mathbf{x}_{I_j}) = \phi(\mathbf{x}_{I_{j+1}}) = 0)$  or  $(u < P_f)$  then
6              if  $f(\mathbf{x}_{I_j}) > f(\mathbf{x}_{I_{j+1}})$  then
7                  swap( $I_j, I_{j+1}$ )
8              fi
9          else
10             if  $\phi(\mathbf{x}_{I_j}) > \phi(\mathbf{x}_{I_{j+1}})$  then
11                 swap( $I_j, I_{j+1}$ )
12             fi
13         fi
14     od
15 if no swap done break fi
od

```

Fig. 2. Stochastic ranking procedure, $P_f = 0.45$.

Dans cet algorithme, f est la fonction coût à minimiser et Φ la pénalisation et P_f est un paramètre.

1. Que se passe-t-il quand $P_f = 0$, respectivement 1 ?
2. Ecrire une fonction Scilab/Python de classement aléatoire de λ individus pour une fonction f et une pénalisation Φ données.