

TD2: stochastic methods

Exercice 1–

A la manière des algorithmes génétiques, la méthode DE recherche de manière stochastique le minimum global d'une fonction $J : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.

DE fait évoluer une population de N_{pop} elements (ou individus) avec l'algorithme suivant (où $CR \in [0, 1]$ et $F \in [0, 2]$ sont deux paramètres):

(i) Initialisation aléatoire de N_{pop} elements

(ii) De la génération 1 à la generation N_{gen} :

(iii) Pour chaque individu $x \in \mathbb{R}^n$:

– Choisir aléatoirement trois éléments a , b et c dans la population, distincts entre eux et distincts de x .

– Tirer i_0 indice aléatoire dans $\{1, \dots, n\}$ et calculer $y = (y_1, \dots, y_n)$ comme suit:

$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, \quad y_i = a_i + F(b_i - c_i) \text{ si } (r_i < CR) \text{ ou } (i = i_0), \text{ sinon } y_i = x_i$$

où r_i est choisi aléatoirement dans $[0, 1]$.

– Si $J(y) < J(x)$, remplacer x par y dans la population.

(iv) Fin d'une génération

1. Quels sont les principaux points communs et les quelles sont les principales différences de l'algorithme DE par rapport à un algorithme génétique?
2. Interpréter les paramètres CR et F pour l'algorithme. Quelles valeurs extrêmes peuvent-ils prendre?
3. Proposer une implémentation de l'algorithme DE en Scilab.

Exercice 2

On propose l'algorithme suivant pour la minimisation d'une fonction f :

```
x=-20+30*rand(); // point initial
Niter=2000;alpha=0.5;Ytot=[]
for i=1:Niter
    y1=f(x);
    xtilde=x+(-alpha+2*alpha*rand())
    y2=f(xtilde)
    p=exp(-(y2-y1)/(1/log(i+1)));
    if (rand()<p) then
        x=xtilde;
    end
end
disp('valeur finale obtenue pour x:')
disp(x)
```

1. Expliquer le fonctionnement global de ce programme ainsi que les instructions aux lignes 5, 7 et 8.
2. Que représente dans ce programme le paramètre α ?
3. Que représente le terme $1/\log(i+1)$ et pour quelle raison a-t-il été choisi ainsi? Proposer un autre choix possible.

Exercice 3 –

Le processus de sélection dans un algorithme génétique peut être de différents types. Dans tous les cas, pour la minimisation d'une fonction $x \mapsto J(x)$, il consiste à sélectionner de manière aléatoire en fonction de leur valeur suivant J une nouvelle population de N_{pop} éléments.

1. Expliquer en détail le principe de sélection par le rang.
2. On souhaite utiliser un autre type de sélection, dite par tournoi. Cette méthode consiste à construire la nouvelle population de la manière suivante: on tire aléatoirement 2 éléments distincts parmi la population puis on garde le meilleur des deux éléments qu'on met dans la nouvelle population. On répète cette opération N_{pop} fois.

Ecrire une fonction Scilab du type

`Anew=function(A)`

permettant d'obtenir la nouvelle population A_{new} après sélection par tournoi à partir de la population A . Ici A représente, comme dans l'algorithme initial, une matrice à N_{pop} lignes et $n+1$ colonnes où $A(k, n+1)$ représente la valeur de la fonction associée à l'élément $A(k, 1:n)$.

Exercice 4 –

Un algorithme génétique a pour opérateur de croisement la fonction suivante:

```
function Acrois=croisement(A,pc)
[Npop,n]=size(A)
Acrois=A;
for k=1:Npop/2
    n1=int(Npop*rand()+1);
    n2=int(Npop*rand()+1);
    alpha=rand();
    u1=A(n1,:);u2=A(n2,:);
    if(rand())<pc then
        Acrois(2*k-1,:)=alpha*u1+(1-alpha)*u2;
        Acrois(2*k,:)=(1-alpha)*u1+alpha*u2;
    end
end
endfunction
```

1. Que représente la variable pc et quel effet a t-elle?
2. Expliquer en quoi cet algorithme est de type aléatoire et à quel(s) niveau(x) intervient l'aspect aléatoire?
3. On cherche à modifier l'opérateur de croisement afin de permettre une plus grande variété de solutions possibles en sortie. Quelle modification à l'algorithme précédent proposeriez vous?

Exercice 5–

On cherche à comparer la façon dont intervient la fonction J qu'on cherche à minimiser, dans les quatre algorithmes suivants: recuit simulé, algorithme génétique, stratégie d'évolution et PSO.

1. Dans le recuit simulé, l'algorithme est-il modifié si la fonction J est remplacée par la fonction $4J$, respectivement $J + 3$? Que se passe-t-il dans le cas d'un algorithme PSO? Justifier la réponse.
2. Dans un algorithme génétique, est-il possible de garder à la génération suivante le plus mauvais individu? Que se passe-t-il dans le cas d'une stratégie d'évolution?
3. La sélection par le rang dans un algorithme génétique a été souvent écrite ainsi:

```
//
function Asel=selection(A)
[Npop,L]=size(A)
L=L-1;
[s,p]=gsort(A(:,L+1));
A=A(p,:);
Asel=[];
p=(1:Npop)/sum(1:Npop);ps=cumsum(p);
for i=1:Npop
    u=rand();isel=1;
    while (u>ps(isel))
        isel=isel+1;
    end
    Asel=[Asel;A(isel,:)];
end
endfunction
```

Où intervient la fonction J dans cette écriture et quel est le rôle dans cette fonction de la ligne $A=A(p, :)$?