

Université Mohammed 6 Polytechnique  
Education Fellow UM6P - Année 2019/2020  
Modélisation et Méthodes Numériques  
<http://dumas.perso.math.cnrs.fr/Agreg-UM6P.html>

*TP n°2 : méthode du gradient à pas fixe*

Soit  $A$  la matrice symétrique de taille  $n$  apparaissant dans la méthode d'interpolation par splines, par exemple pour  $n = 5$ :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

et  $b$  un vecteur quelconque de  $\mathbb{R}^n$ .

On considère la fonctionnelle  $J$  définie sur  $\mathbb{R}^n$  par

$$J(v) = \frac{1}{2}(Av, v) - (b, v).$$

On rappelle que l'algorithme du gradient à pas fixe défini par

$$u_{k+1} = u_k - \rho d_k, \quad d_k = Au_k - b,$$

converge vers  $u$ , unique solution de  $Au = b$ , pour toute initialisation  $u_0$  si  $\rho$  est choisi tel que

$$0 < \rho < \frac{2}{\lambda_n}$$

où  $\lambda_n$  est la plus grande valeur propre de  $A$ .

Proposer une fonction Scilab ou Python utilisant la méthode du gradient à pas fixe pour rechercher  $u$  (minimum de  $J$  et solution de  $Au = b$ ).