

Université Mohammed 6 Polytechnique  
Education Fellow UM6P - Année 2021/2022  
Modélisation et Méthodes Numériques  
<http://dumas.perso.math.cnrs.fr/Agreg-UM6P.html>

*TD n°7 : recherche de valeurs propres*

Ce TD s'intéresse au modèle de Leontieff sous différents aspects (voir texte complet sur la page web du cours).

**Exercice 1.** le modèle de Leontieff (aspect théorique)

Compléter les aspects mathématiques présentés dans le texte:

Aspects Mathématiques

- Compléter la ou les preuves d'un ou plusieurs des résultats proposés dans le texte.
- Dans le cas ouvert, quelles conditions sur  $M$  permettent d'assurer l'unicité (à constante multiplicative près) de la solution  $x$  de (2) ?
- Dans le cas où la matrice  $B$  n'est pas productive, proposez une solution pour définir et calculer un vecteur  $x$  positif qui soit une solution approchée de l'équation (3) ?

**Exercice 2.** le modèle de Leontieff (exemple)

On considère l'économie d'Israël en 1958, divisée en trois secteurs: agriculture, biens manufacturés et énergie. Le vecteur de demande de consommation est le suivant (en millions de livres israéliennes) :

$$C = (13.2; 17.7; 1.8)$$

tandis que les vecteurs de demande interne pour chaque secteur sont respectivement égaux à

$$C_1 = (0.293; 0.014, 0.044), C_2 = (0, 0.207, 0.01); C_3 = (0, 0.017, 0.216)$$

1. Cette économie est-elle productive?
2. Déterminer numériquement (avec Python ou Scilab) le vecteur de production afin de satisfaire la demande. On pourra construire une méthode de résolution générale (directe ou itérative) pour  $n$  secteurs.