Évolution du programme pour la session 2002

Comme indiqué ci-dessus, le jury a préparé un remaniement du programme*, comportant essentiellement des allègements*, destiné à entrer en vigueur pour la session 2002. La parution au B.O.E.N interviendra vraisemblablement en avril 2001.

<u>Les indications ci-après ne constituent pas la liste exhaustive des modifications. En tout état de cause, la publication au B.O.E.N. sera la référence dès qu'elle sera effective.</u>

Le paragraphe « I-Algèbre Linéaire-5 Valeurs propres…..Exponentielle des matrices réelles ou complexes » est maintenant rédigé comme suit :

> 6. Sous-espaces stables d'un endomorphisme.Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres. Polynôme caractéristique, polynôme minimal. Théorème de Cayley-Hamilton. Diagonalisation, trigonalisation, applications. Sous-espaces caractéristiques, décomposition de Dunford. Réduction des endomorphismes nilpotents (théorème de Jordan). Exponentielle des matrices réelles ou complexes. Théorème de Perron-Frobenius ; exemples d'applications à l'analyse et aux probabilités.

Le paragraphe « I-Algèbre Linéaire-6 Produit tensoriel…. Extension des scalaires » est supprimé.

Le paragraphe « II-Groupes et géométrie-2 Groupes libres …. Relations » est supprimé.

Le paragraphe « III-Anneaux, corps, poynômes et fractions rationnelles-9 Algèbre A[[X]] des séries formelles ….Applications en combinatoire » est supprimé.

Le paragraphe « V-Géométries affine, projective et euclidienne - Sphère de Riemann. Groupe circulaire» est supprimé.

Le paragraphe « VI-Analyse à une variable réelle-4 Intégration de fonctions réglées…Méthodes usuelles de calcul d'intégrales » est maintenant rédigé comme suit :

> 4. Intégrale de Riemann et calcul de primitives
>
> Propriétés de l'intégrale. Formules de la moyenne. Primitives d'une fonction continue. Changement de variable. Intégration par parties. Méthodes usuelles de calcul d'intégrales.

Le paragraphe « IX Calcul intégral et probabilités- 2 Intégrale de Lebesgue ….approximation » est maintenant rédigé comme suit :

> 2. Intégrale de Lebesgue
>
> Mesure de Lebesgue sur $\mathbf{R}^n$ (la construction pourra être admise). Intégrales semi-convergentes des fonctions d'une variable. Théorème de Fubini. Changement de variables dans une intégrale multiple. Calculs d'aires de domaines plans et de volumes. Convolution et application à des problèmes d'approximation.

Le paragraphe « IX Calcul intégral et probabilités - 4. Probabilités. ….. théorème de la limite centrale » est maintenant rédigé comme suit :

> 4-Probabilités
>
> Variables aléatoires, lois de probabilité.
> Espérance, variance d'une variable aléatoire à valeurs réelles ou complexes. Exemples de lois : loi binomiale, loi de Poisson, loi uniforme, loi normale, loi exponentielle.
> Fonction caractéristique. Famille d'événements, de tribus, ou de variables indépendantes.
> Convolution de lois.
> Convergence de suites de variables aléatoires : en probabilité, en moyenne d'ordre un ou deux, en loi.
> Loi faible des grands nombres. Théorème de la limite centrale

Le paragraphe « X-Analyse Fonctionnelle » est maintenant rédigé comme suit :

> X Analyse fonctionnelle
>
> 1. Topologie et espaces métriques : Topologie d'un espace métrique. Suites. Valeurs d'adhérence. Limites. Applications continues. Homéomorphismes. Produit fini d'espaces métriques.
> Compacité. Connexité. Composantes connexes. Connexité par arcs.
> Propriétés métriques : applications lipschitziennes, applications uniformément continues. Espaces métriques complets. Théorème du point fixe pour les applications contractantes. Théorème de Baire et applications.
> 2. Espaces vectoriels normés sur R ou C. : Topologie d'un espace vectoriel normé. Normes équivalentes. Cas des espaces de dimension finie. Espaces de Banach. Séries absolument convergentes dans un espace de Banach.
> Applications linéaires continues, norme.
> Norme de la convergence uniforme. Espace des fonctions continues sur un espace métrique compact. Théorème de Stone-Weierstrass. Étude de la compacité de parties d'un espace vectoriel normé : théorème de Riesz ; théorème d'Ascoli.
> 3. Espaces de Hilbert : Projection sur un convexe fermé. Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel fermé. Dual d'un espace de Hilbert.
> Cas des espaces $\ell^2(N)$ et $\mathcal{L}^2(\Omega)$, pour un ouvert Ω de R^n.
> Bases hilbertiennes (cas des espaces de Hilbert séparables). Exemples de bases : fonctions trigonométriques, polynômes orthogonaux.
> Exemples d'applications linéaires continues entre espaces de Hilbert.

Les éléments ci-après concernent l'épreuve de modélisation.

L'alinéa « Etude et représentation de données temporelles (signaux déterministes et bornés en fréquence) » est supprimé.

L'alinéa « Modèles - signaux aléatoires » est supprimé.

L'alinéa « Modèles - Eléments de théorie des graphes : définition, plus courts chemins, réseaux » est supprimé.

Le paragraphe « Validation et précision de résultats » est maintenant rédigé comme suit :

> Validation et précision de résultats
> Conditionnement des systèmes linéaires.
> Schéma numérique d'Euler pour le problème de Cauchy pour un système différentiel de la forme $X' = f(X,t)$.
> Précision statistique : intervalle de confiance d'une moyenne.

Le paragraphe « Calcul symbolique et numérique » est maintenant rédigé comme suit :

> Calcul numérique et symbolique
> Utilisation des logiciels Maple ou MuPAD, et Matlab ou Scilab : intégration, différentiation, calcul de sommes et d'intégrales, résolution d'équations algébriques et différentielles.
> Méthode de Monte Carlo pour les intégrales multiples.
> Résolution de systèmes d'équations linéaires. **Factorisation LU, algorithme du gradient pour les systèmes linéaires symétriques définis positifs.**
> Recherche des valeurs propres. **Méthode de Jacobi, méthode de la puissance.**
> Résolution de systèmes d'équations non linéaires : méthode de Newton, méthode des approximations successives.

Les programmes des parties optionnelles sont maintenant rédigés comme suit :

Programme de la partie optionnelle : Calcul numérique et symbolique.

Calcul symbolique sur les polynômes

Algorithme d'Euclide. Calcul effectif des résultants, application à l'élimination. Localisation des racines (en particulier suites de Sturm). **Exemples d'étude locale de courbes algébriques planes.**

Équations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles

Aspects numériques du problème de Cauchy. Méthodes à un pas : consistance, stabilité, convergence, notion d'ordre ; exemples de méthodes d'ordre élevé et de méthodes implicites.
Exemples de discrétisation de problèmes aux limites en dimension un. **Différences finies, éléments finis P1, méthode de Galerkin.**
Équations différentielles du second ordre à coefficients polynomiaux. **Fonctions de Bessel, fonctions de Legendre.**
Méthode des caractéristiques pour les équations aux dérivées partielles du premier ordre à coefficients réels.
Exemples d'équations aux dérivées partielles linéaires du second ordre à coefficients constants et problèmes aux limites associés. **Équations de Laplace, de la chaleur, des ondes.**

3. Optimisation et approximation

Interpolation polynomiale par morceaux.
Extrema des fonctions réelles de n variables réelles : multiplicateurs de Lagrange. **Algorithmes de gradient à pas optimal ou à pas constant ; algorithme du gradient conjugué pour une application quadratique.**
Méthode des moindres carrés et applications.
Programmation linéaire.

Programme de la partie optionnelle : Probabilités et Statistique

Utilisation de lois usuelles pour modéliser certains phénomènes aléatoires. **Exemples : processus de comptage, temps d'attente ou durée de vie, erreurs de mesure.**
Vecteurs aléatoires gaussiens et théorème de limite centrale vectoriel. Théorème de Cochran. Modèle linéaire gaussien : estimation par la méthode des moindres carrés, test de Student et de Fischer.
Convergence presque sûre, équiintégrabilité et convergence L^1. Lemme de Borel-Cantelli et loi forte des grands nombres. Transformée de Laplace. **Inégalité de Cramer-Chernoff.**
Fonction de répartition empirique. **Théorème de Glivenko-Cantelli, tests de Kolmogorov-Smirnov.**
Espérance conditionnelle.
Chaînes de Markov homogènes à espace d'états au plus dénombrable : états transitoires, récurrents. Chaînes irréductibles apériodiques à espace d'états finis. Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence des martingales à temps discret (aucune démonstration ne sera exigée). **Marches aléatoires, ruine du joueur, processus de*

*branchement (par exemple, du type Galton-Watson), évaluation d'actifs financiers, files d'attente.**