

Proposition de stage de M2

Etude et validation d'un modèle optimal d'écoulement dans un réseau d'artères

LAURENT DUMAS *

L'objectif du projet dans lequel s'insère le stage est de développer pour chaque patient un modèle de réseau artériel numérique complet, partant des artères du coeur à celles des membres inférieurs, en utilisant des mesures expérimentales réalisées par échotracking. Ce problème nécessite en particulier le développement d'outils d'optimisation performants afin de pouvoir optimiser simultanément les paramètres de chaque artère. L'intérêt thérapeutique est grand puisqu'il sera alors possible de déterminer précocement chez un individu donné la dangerosité d'éventuelles plaques d'athéromes à partir de leur mesure de rigidité. Ce travail sera effectué au sein du projet REO de l'INRIA et en collaboration avec le laboratoire de pharmacologie de l'Hopital Européen Georges Pompidou.

Une première approche dans cette direction a été précédemment réalisée (voir [6]). L'objectif était d'identifier de à partir de mesures numériques 3D les paramètres d'un modèle monodimensionnel d'écoulement sanguin dans une artère droite. Par rapport à des résultats antérieurs obtenus par J.F. Gerbeau et al. pour des artères à flexibilité constante [4], le travail a consisté à développer et à valider un modèle numérique d'écoulement dans des artères avec flexibilité variable, afin de simuler par exemple la présence de plaques d'athérome. Le modèle simplifié a pour inconnues la section de l'artère $A(t, z)$ à l'instant t et à la position $z \in [0, L]$ et le débit associé $Q(t, z)$ solutions du système :

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + \frac{A}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + K_r \frac{Q}{A} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

où la pression p satisfait la relation suivante :

$$p(t, z) = \beta(z)(\sqrt{A} - \sqrt{A_0}) \quad (2)$$

La détermination du paramètre principal du modèle, à savoir la fonction $z \mapsto \beta(z)$ reliée à la rigidité de l'artère, s'est effectué à l'aide d'une approche par algorithmes évolutionnaires.

Les résultats présentés sur la Figure ci-dessous montrent qu'il est par exemple possible de reconstruire un modèle pertinent seulement à partir de mesures en aval d'une plaque d'athérome et de déterminer en outre la position de cette plaque.

*Laboratoire Jacques-Louis Lions and INRIA REO team, Université Pierre et Marie Curie, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France, e-mail: laurent.dumas@upmc.fr

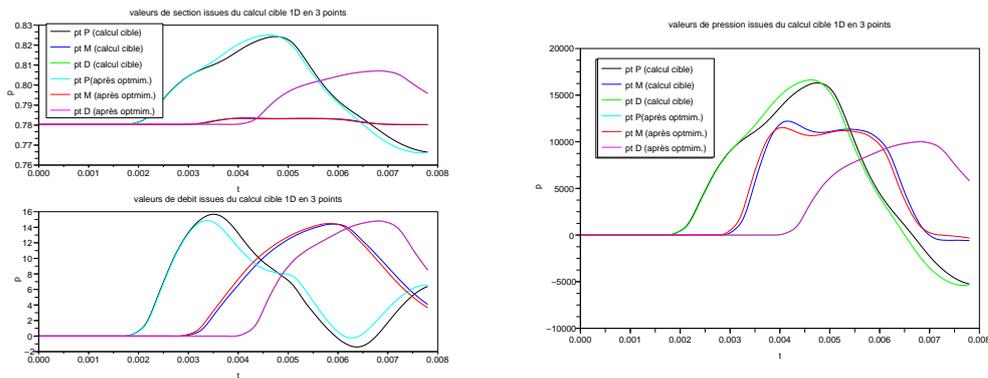


FIGURE 1 – Profils d'aire, débit et section en 3 points, solution idéale et solution obtenue par optimisation

Plus précisément, l'objectif du stage consistera à réaliser les premiers calculs d'optimisation à partir des mesures expérimentales de section et de débit, disponibles pour différents patients grâce au procédé d'echotracking, afin d'étudier le modèle numérique correspondant, sur une section d'artère puis pour une géométrie simple avec bifurcation. Un certain nombre de questions relatives à l'utilisation de ces mesures expérimentales seront en particulier abordées (conditions aux limites, quantification des incertitudes, etc...).

Lieu et dates :

Le stage se déroulera de Mars (ou Avril) 2010 à Juillet (ou Septembre) 2011 conjointement sur le site de l'INRIA Rocquencourt et au laboratoire Jacques-Louis Lions de l'UPMC. Le stage sera rémunéré à hauteur de 400 euros par mois environ.

Références

- [1] P.Y. Lagrée *An inverse technique to deduce the elasticity of a large artery*, European Physical Journal, Applied Physics 9, pp. 153-163 (2000).
- [2] L. Formaggia, F. Nobile and A. Quarteroni, *A One Dimensional Model for Blood Flow : Application to Vascular Prosthesis*, Lecture Notes in Computational Science and Engineering, **19**, 137-153, (2002).
- [3] S.J. Sherwin, L. Formaggia, J. Peiro, V. Franke, *Computational modelling of 1D blood flow with variable mechanical properties and its application to the simulation of wave propagation in the human arterial body*, Int. Journal for Num. Meth. in Fluids, 43, 673-700, (2003).
- [4] V. Martin, F. Clément, A. Decoene and J.F. Gerbeau, *Parameter identification for a one-dimensional blood flow model*, Esaim Proc., **14**, 174-200. (2005).
- [5] I. Masson, P. Boutouyrie, S. Laurent, J. D. Humphrey, M. Zidi, *Characterization of arterial wall mechanical behavior and stresses from human clinical data*. Journal of Biomechanics, 41(12), 2618-2627. (2008).
- [6] L. Dumas, *Inverse problems for blood flow simulation*, proceedings of ENGOPT 2008.