VI. Équations aux dérivées partielles

1. E.D.P. du premier ordre
2. Espaces de Sobolev
3. Équation de Laplace
4. Équation de la chaleur
5. Équation des ondes

Annexes A à C: exercices, index, informations agrégation

VII. Algèbre linéaire

1. Généralités
2. Résolution d'un système linéaire: méthodes directes
3. Résolution d'un système linéaire: méthodes itératives
4. Recherche d'éléments propres d'une matrice

Annexes A à C: exercices, index, informations agrégation

VIII. Minimisation d'une fonctionnelle

1. Rappels de calcul différentiel
2. Fonctionnelles quadratiques sur $\mathbf{R}^n$: résultats théoriques
3. Fonctionnelle quadratique sur $\mathbf{R}^n$: algorithmes
4. Fonctionnelles sur un espace de Hilbert

Annexes A à C: exercices, index, informations agrégation

PARTIE B: SÉANCES INFORMATIQUES

I. Initiation à Scilab

1. Prise en main de Scilab
2. Représentation graphique sous Scilab
3. Calcul scientifique avec Scilab

Annexes A à D: tableaux, figures, scripts, informations agrégation

II. Initiation à Maple

1. Prise en main de Maple
2. Polynômes et Maple
3. Calcul formel avec Maple

Annexes A à C: tableaux, feuilles de calcul, informations agrégation

PARTIE C: LEÇONS APPLICATIVES

I. Mécanique: le pendule pesant

1. Problématique
2. Modélisation mathématique
3. Simulations numériques
4. Étude mathématique du problème du pendule simple
5. Étude des points d'équilibre

Annexes A et B: figures, informations agrégation

INTRODUCTION

1. À qui s'adresse cet ouvrage?

Cet ouvrage est principalement destiné aux candidats à la nouvelle épreuve orale dite de modélisation, option calcul scientifique, de l'agrégation de mathématiques. Plus généralement, il s'adresse à tous les agrégatifs, en procurant les bases en mathématiques appliquées stipulées pour la plupart dans le programme d'écrit ou le programme commun de l'épreuve de modélisation. Pour cela, il suit l'organisation d'un enseignement annuel dispensé par l'auteur à l'Université Paris 6 et à l'Ecole Normale Supérieure de Paris.

2. Comment se déroule l'oral de modélisation?

La session 1999 de l'agrégation de mathématiques a permis de découvrir le déroulement pratique de l'oral de modélisation et d'en dégager les contours invariants.

Les textes officiels, reproduits de manière intégrale à la fin de cet ouvrage, en donnent une description plutôt conforme à l'épreuve des faits: au terme de quatre heures de préparation, le candidat a pu choisir entre un texte scientifique à commenter d'une dizaine de pages portant sur un des thèmes au programme et une des quatorze leçons du programme à présenter. Il commence à exposer librement ses travaux (sans procédure stricte à respecter) en pouvant quand il le désire proposer une illustration informatique à l'aide d'un ordinateur dont les évolutions sont reproduites sur un écran situé face au jury. Celui-ci se réserve cependant le droit d'interrompre le candidat à tout moment (et en use d'ailleurs abondamment). Il peut ainsi corriger une imprécision, poser une question d'approfondissement ou un exercice, toujours dans le but tester ses connaissances générales ou ses talents pratiques de modélisateur. Autant dire qu'il s'agit d'une épreuve difficile...

Un exemple de plan pouvant être adopté pour une leçon (ou même pour le commentaire d'un texte) est proposé ci-dessous. Le candidat doit pouvoir être capable de le développer en un temps de l'ordre de 50 minutes (en tenant compte des interruptions). Bien sûr, il ne s'agit que d'un déroulement théorique et la discussion peut l'amener dans d'autres voies où sa faculté d'adaptation sera alors jugée et appréciée.

- Exposé rapide de la problématique à travers un exemple applicatif (*environ 5'*).
- Mise en place du contexte théorique (*10'*).
- Choix et développement d'une méthode de modélisation particulière (les intitulés des leçons sont souvent au singulier....). Certaines démonstrations peuvent en particulier êtres incluses (en fonction du temps restant) tout comme un exemple informatique sur un cas académique (*20'*).

- Retour à la problématique initiale et modélisation de celle-ci avec les outils précédents. Une nouvelle illustration informatique peut clôre l'exposé (*15'*).

Les thèmes au programme pour la session 2000 sont les suivants: dynamique des populations, cinétique chimique, contrôle optimal et fiabilité, géométrie effective, modèles financiers. Le jury peut se montrer cependant indulgent si une application pertinente proposée par le candidat est choisie en dehors de ces thèmes.

3. Comment lire et utiliser cet ouvrage?

L'ouvrage comporte trois parties distinctes largement indépendantes.

- la première partie aborde les outils mathématiques de base en modélisation. Elle est divisées en huit chapitres (appelés aussi leçons théoriques) très largement indépendants. Chacun d'eux est associé à une ou à plusieurs des quatorze leçons orales au programme de l'épreuve de modélisation (option calcul scientifique).
- La seconde partie propose une initiation aux deux logiciels dont la connaissance est requise pour tout candidat, l'un de calcul numérique (Scilab choisi ici de préférence à Matlab), l'autre de calcul formel (Maple). Pour chacun d'eux, une séance d'apprentissage axée sur le programme de l'agrégation est proposée.
- La troisième partie propose le traitement complet dans l'esprit du concours (modélisation, simulation, étude théorique), de deux problèmes puisés dans des thèmes différents (mécanique et dynamique des populations).

Chaque chapitre à l'intérieur de ces trois parties est complété par plusieurs annexes. On y trouve entre autres choses les informations suivantes:

•• une série d'exercices de compréhension et d'approfondissement pour chaque chapitre de la partie théorique.

•• un récapitulatif du chapitre (index des méthodes et des algorithmes ou tableau d'instructions informatiques).

•• une bibliographie spécifique destinée à un approfondissement théorique ou à l'étude d'exemples applicatifs.

•• une série de scripts complets Scilab ou Maple pouvant servir d'illustration à une leçon orale.

En résumé, l'objectif poursuivi par cet ouvrage est de permettre au lecteur de disposer d'un outil de base pour préparer la nouvelle épreuve d'agrégation rassemblant à la fois les connaissances nécessaires en mathématiques et en informatique ainsi qu'une initiation à la démarche de modélisation.